

ОГЭ №12

12. Арифметические и геометрические прогрессии

Арифметические прогрессии

Арифметическая прогрессия – числовая последовательность, каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему, сложенному с постоянным для этой последовательности числом ($a_{n+1} = a_n + d$).

$$\begin{array}{ccccccccc} 1 & \xrightarrow[+d]{+4} & 5 & \xrightarrow[+d]{+4} & 9 & \xrightarrow[+d]{+4} & 13 & \xrightarrow[+d]{+4} & 17 \\ a_1 & & a_2 & & a_3 & & a_4 & & a_5 \end{array}$$

d – разность арифметической прогрессии:

$$d = a_{n+1} - a_n, \text{ т. е. } d = a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = a_4 - a_3 = \dots$$

$$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$$

Каждый член арифметической прогрессии, начиная со второго, равен среднему арифметическому двух соседних с ним членов.

Формула n -го члена арифметической прогрессии: $a_n = a_1 + d(n-1)$.

Сумма первых n членов арифметической прогрессии: $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$.

Геометрическая прогрессии

Геометрическая прогрессия – числовая последовательность, каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему, умноженному на одно и тоже не равное 0 число ($b_{n+1} = b_n \cdot q$).

$$\begin{array}{ccccccccc} 2 & \xrightarrow[·q]{·3} & 6 & \xrightarrow[·q]{·3} & 18 & \xrightarrow[·q]{·3} & 54 & \xrightarrow[·q]{·3} & 162 \\ b_1 & & b_2 & & b_3 & & b_4 & & b_5 \end{array}$$

q – знаменатель геометрической прогрессии:

$$q = \frac{b_{n+1}}{b_n}, \text{ т. е. } q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{b_3}{b_2} = \frac{b_4}{b_3} = \dots$$

$$b_n = \sqrt{b_{n-1} \cdot b_{n+1}}$$

Если все члены геометрической прогрессии положительны, то каждый член прогрессии, начиная со второго, равен среднему геометрическому двух соседних с ним членов.

Формула n -го члена геометрической прогрессии: $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$.

Сумма первых n членов геометрической прогрессии ($q \neq 1$): $S_n = \frac{(q^n - 1) \cdot b_1}{q - 1}$.

ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИЯ

Выписаны первые три члена геометрической прогрессии (1-12):

- 1) $-84; 42; -21; \dots$ Найдите её пятый член.
- 2) $-175; -140; -112; \dots$ Найдите её пятый член.
- 3) $-250; 150; -90; \dots$ Найдите её пятый член.
- 4) $7; 14; 28; \dots$ Найдите её пятый член.
- 5) $-6; -21; -73,5; \dots$ Найдите её четвёртый член.
- 6) $125; -100; 80; \dots$ Найдите её пятый член.
- 7) $7; -35; 175; \dots$ Найдите сумму первых четырёх её членов.
- 8) $0,5; 2; 8; \dots$ Найдите сумму первых шести её членов.
- 9) $2; -6; 18; \dots$ Найдите сумму первых шести её членов.
- 10) $-0,4; 2; -10; \dots$ Найдите сумму первых пяти её членов.
- 11) $-384; -96; -24; \dots$ Найдите сумму первых пяти её членов.
- 12) $-1024; 256; -64; \dots$ Найдите сумму первых пяти её членов.

Геометрическая прогрессия задана условиями (13-22):

- 13) $b_1 = -2, b_{n+1} = 2b_n$. Найдите b_7 .
- 14) $b_1 = -2\frac{1}{3}, b_{n+1} = 3b_n$. Найдите b_6 .
- 15) $b_1 = 6, b_{n+1} = -4b_n$. Найдите b_4 .
- 16) $b_1 = 3, b_{n+1} = 4b_n$. Найдите b_4 .
- 17) $b_1 = -1\frac{1}{3}, b_{n+1} = -3b_n$. Найдите b_7 .
- 18) $b_1 = -5, b_{n+1} = -2b_n$. Найдите b_6 .
- 19) $b_1 = -7, b_{n+1} = 3b_n$. Найдите сумму первых пяти её членов.
- 20) $b_1 = -6, b_{n+1} = 2b_n$. Найдите сумму первых шести её членов.
- 21) $b_1 = -1, b_{n+1} = -4b_n$. Найдите сумму первых шести её членов.
- 22) $b_1 = -2, b_{n+1} = -3b_n$. Найдите сумму первых семи её членов.

Выписано несколько последовательных членов геометрической прогрессии.

Найдите член прогрессии, обозначенный буквой x (23-26):

23) ...; 1,5; x ; 24; -96; ...

24) ...; -3; x ; -27; -81; ...

25) ...; 189; x ; 21; 7; ...

26) ...; -120; x ; -30; -15; ...

Дана геометрическая прогрессия, знаменатель которой равен 2 (27-30):

27) $b_1 = 16$. Найдите b_4

28) $b_1 = 8$. Найдите b_5

29) $b_1 = 10$. Найдите b_3

30) $b_1 = 32$. Найдите b_4

Найдите знаменатель геометрической прогрессии, для которой (31-34):

31) $b_5 = -14$, $b_8 = 112$

32) $b_5 = \frac{4}{7}$, $b_6 = -196$

33) $b_2 = -2$, $b_5 = 54$

34) $b_{23} = 128$, $b_{28} = 4$

Дана геометрическая прогрессия, знаменатель которой (35-38):

35) равен 5, а $b_1 = \frac{2}{5}$. Найдите сумму первых шести её членов.

36) равен $\frac{1}{5}$, а $b_1 = 375$. Найдите сумму первых пяти её членов.

37) равен $\frac{1}{2}$, а $b_1 = 4$. Найдите сумму первых четырёх её членов.

38) равен $\frac{1}{5}$, а $b_1 = 250$. Найдите сумму первых шести её членов.

Геометрическая прогрессия задана условием. Найдите сумму первых четырёх её членов (39-46):

39) $b_n = 62,5 \cdot 2^n$

40) $b_n = 88 \cdot 2^n$

41) $b_n = -140 \cdot 2^n$

42) $b_n = -124 \cdot 2^n$

43) $b_n = 160 \cdot 3^n$

44) $b_n = -104 \cdot 3^n$

45) $b_n = 64,5 \cdot (-2)^n$

46) $b_n = 40 \cdot (-2)^n$

ОТВЕТЫ

1) $-5,25$. 2) $-71,68$. 3) $-32,4$. 4) 112 . 5) $-257,25$. 6) $51,2$. 7) -728 . 8) $682,5$. 9) -364 . 10) $-208,4$. 11) $-511,5$. 12) -820 . 13) -128 . 14) -567 . 15) -384 . 16) 192 . 17) -972 . 18) 160 . 19) -847 . 20) -378 . 21) 819 . 22) -1094 . 23) -6 . 24) -9 . 25) 63 . 26) -60 . 27) 128 . 28) 128 . 29) 40 . 30) 256 . 31) -2 . 32) -343 . 33) -3 . 34) $0,5$. 35) $1562,4$. 36) $468,6$. 37) $7,5$. 38) $312,48$. 39) 1875 . 40) 2640 . 41) -4200 . 42) -3720 . 43) 19200 . 44) -12480 . 45) 645 . 46) 400 .